MATHEMATIK GRUNDWISSEN KLASSE 5

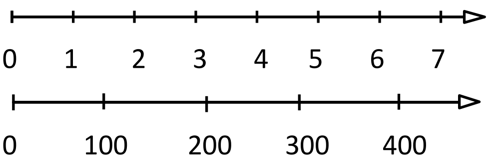
Thema	**Beispiel**

NATÜRLICHE UND GANZE ZAHLEN

Veranschaulichung von Zahlen
Natürliche Zahlen werden zum ***Zählen*** und ***Ordnen*** verwendet. Sie können am Zahlenstrahl und im Koordinatensystem veranschaulicht werden.

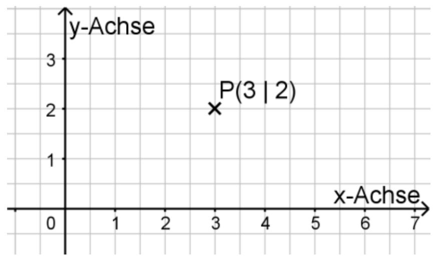
Zählen:
Beim Lauf waren 20 Schüler am Start.
Ordnen:
Stefan ist bei dem Lauf als *13.* ins Ziel gekommen.

Zahlenstrahl
Abstände am Zahlenstrahl zwischen Zahlen, die aufeinander folgen, müssen gleich groß sein.



Koordinatensystem
Punkte im Koordinatensystem lassen sich durch ihre zwei Koordinaten beschreiben

P (3 I 2)
x-Koordinate y-Koordinate



Dezimalsystem
Zahlen haben ***Ziffern*** mit unterschiedlichen Bedeutungen

345: 3 Hunderter, 4 Zehner, 5 Einer

Übungen: *http://www.mathe-physik-aufgaben.de/schulaufgaben_gymnasium/aufgaben_sch_gm_05_1_mathe/GM_A0186.pdf*

Große Zahlen und Zehnerpotenzen
Große Zahlen schreibt man mit Hilfe von Zehnerpotenzen:
1 Million = 1.000.000 = 10^6
1 Milliarde = 1.000.000.000 = 10^9
1 Billion = 1.000.000.000.000 = 10^{12}
Achtung: $10^1 = 10$
$10^0 = 1$

2.400.022.000.000
zwei Billionen
vierhundert Milliarden
zweiundzwanzig Millionen
= $2.400.022 \cdot 10^6$

Zahlenmengen, Teilbarkeit
Menge der natürlichen Zahlen: $\mathbb{N}$
Menge der natürlichen Zahlen mit 0: $\mathbb{N}_0$
$\mathbb{N}$ ={1; 2; 3; 4; … } = Menge der natürlichen Zahlen
Teilbarkeitsregeln für 2; 3; 4; 5; 9; 10

34 $\in \mathbb{N}$
d. h. 34 ist ein Element der Menge $\mathbb{N}$.

Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.

Eine Primzahl ist nur durch sich selbst und die 1 teilbar, aber 1 ist keine Primzahl. oder:
Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl mit genau zwei Teilern.

29 ist eine Primzahl. 1 ist keine Primzahl

Runden
bei 0, 1, 2, 3, 4 → abrunden
bei 5, 6, 7, 8, 9 → aufrunden

Runde die Zahl 28.378 auf Hunderter
Lösung: Bei 7 wird aufgerundet → 28.400

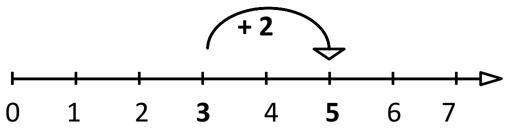
Übungen: http://www.mathe-physik-aufgaben.de/schulaufgaben_gymnasium/aufgaben_sch_gm_05_1_mathe/GM_A0381.pdf

ADDITION UND SUBTRAKTION NATÜRLICHER ZAHLEN

Addieren und Subtrahieren am Zahlenstrahl

Addieren bedeutet nach rechts gehen.
Subtrahieren bedeutet nach links gehen.

z. B. 3 + 2 = 5



Bezeichnungen beim Addieren und Subtrahieren

$$\underbrace{\underset{\text{1. Summand}}{2} + \underset{\text{2. Summand}}{7}}_{\text{Summe}} = \underset{\text{Wert der Summe}}{9}$$

$$\underbrace{\underset{\text{Minuend}}{5} - \underset{\text{Subtrahend}}{2}}_{\text{Differenz}} = \underset{\text{Wert der Differenz}}{3}$$

(15 + 2) – 6 = 11
In diesem Fall besteht der Minuend aus der Summe von 15 und 2.
Der Subtrahend ist 6.
Da die Summe in Klammern steht, wird diese zuerst gerechnet: 17 – 6 = 11
Art des Terms: Differenz

Schriftliches Addieren und Subtrahieren

Achte darauf, dass Hunderter unter Hundertern, Zehner unter Zehnern und Einer unter Einern stehen!

$$\begin{array}{r} 34\,572 \\ +\ 59\,349 \\ {\scriptstyle 1\quad 1\,1\ } \\ \hline 93\,921 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 95\,748 \\ -\ \ 9\,739 \\ {\scriptstyle 1\quad 1\ \ } \\ \hline 86\,009 \end{array}$$

Terme

bestehen aus Zahlen, Klammern und Rechnungen,
man beginnt mit den inneren Klammern,
die Art des Terms (Summe, Differenz,...) wird durch die Rechenart festgelegt, die zuletzt ausgeführt wird.

$$\underbrace{\underbrace{(35-7)}_{\text{Differenz}} + \underbrace{[\underbrace{(88+12)}_{\text{Summe}}-9]}_{\text{Differenz}}}_{\text{Summe}}$$

Art des Terms: Summe

$$\begin{aligned} &(35-7) + [(88+12)-9] \\ =\ & 28 + [\ 100 - 9\ ] \\ =\ & 28 + 91 \\ =\ & 119 \end{aligned}$$

Übungen: *http://www.mathe-physik-aufgaben.de/schulaufgaben_gymnasium/aufgaben_sch_gm_05_2_mathe/GM_A0183.pdf*

ADDITION UND SUBTRAKTION GANZER ZAHLEN

Addition und Subtraktion

Gleiche Vorzeichen:
1. Addiere die Beträge.
2. Gib der Summe das gemeinsame Vorzeichen.

(-6) + (-8)
1. |-6| + |-8| = 6 + 8 = 14
2. (-6) + (-8) = -14

Verschiedene Vorzeichen:
1. Subtrahiere den kleineren Betrag vom größeren Betrag.
2. Gib der Differenz das Vorzeichen des Summanden mit dem größeren Betrag.

6 + (-8)
1. |-8| – |6| = 8 – 6 = 2
2. (–8) + 6 = –2

Subtrahieren einer Zahl bedeutet so viel wie Addieren ihrer Gegenzahl.

(-6) – 8 = (-6) + (-8) = - (6+8) = -14

Übungen: *http://www.mathe-physik-aufgaben.de/schulaufgaben_gymnasium/aufgaben_sch_gm_05_2_mathe/GM_A0183.pdf*

Rechengesetze

Mit den Rechengesetzen lassen sich Rechenvorteile ausnutzen.

Kommutativgesetz - KG

Für alle natürlichen Zahlen gilt:

a + b = b + a

35 + 41 = 41 + 35

Assoziativgesetz - AG

Für alle natürlichen Zahlen gilt:

(a + b) + c = a + (b + c)

23 + (14 + 3) = (23 + 14) + 3

Gemischtes Addieren und Subtrahieren ohne Klammern

1. Bilde die Summe der Plusglieder.
2. Subtrahiere davon die Summe der Minusglieder.

68 + 17 – 29 – 28 + 23 – 31
1. = (68 + 17 + 23) - 29 - 28 -31
2. = (68 + 17 + 23) - (29 + 28 + 31)

= 108 – 88 = 20

GEOMETRISCHE FIGUREN UND LAGEBEZIEHUNGEN

Punkte, Geraden, Strecken, Halbgeraden

Bezeichnungen für

Punkte: große Buchstaben, z. B: A, B, C, ...

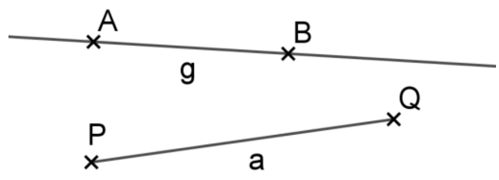
Geraden: kleine Buchstaben wie g, h, k, ... oder mithilfe von zwei Punkten auf der Geraden, z. B: AB

Strecken: kleine Buchstaben oder durch ihre Endpunkte, z. B. $\overline{PQ}$

Die **Länge einer Strecke** kann ebenfalls mit kleinen Buchstaben oder mit Hilfe ihrer Endpunkte und dem Betrag beschrieben werden:

z. B: $|\overline{PQ}|$ „Länge der Strecke PQ“

Liegt ein Punkt B auf einer **Halbgeraden** (Strahl) $h = [AB$, so schreibt man $B \in [AB$



g = AB

a = $\overline{PQ}$

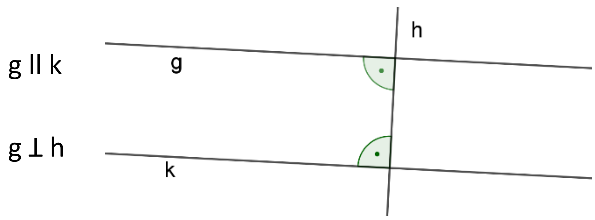
a = $|\overline{PQ}|$ = 4,3 cm

(diese Zahl passt nicht genau zur Abbildung)

Besondere gegenseitige Lage von Geraden

Zueinander senkrechte Geraden, in Zeichen: g⊥h

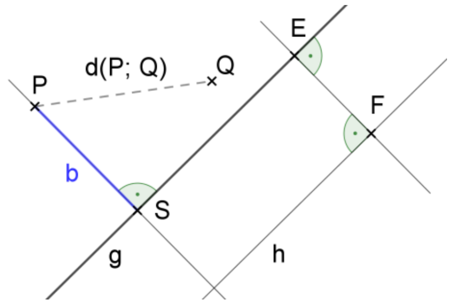
Zueinander parallele Geraden, in Zeichen: $g \parallel k$.



Abstand

Der Abstand d(P; Q) zweier Punkte P und Q ist die Länge der Strecke $|\overline{PQ}|$. Der Abstand eines Punktes P zu einer Gerade g ist die Länge der zu g senkrechten Verbindungsstrecke von P nach g (Länge der Lotstrecke $|\overline{PS}|$ = b).

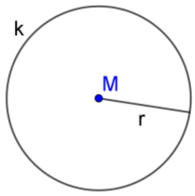
Der Abstand zweier Parallelen g und h ist die Länge der zu g und h senkrechten Verbindungsstrecke $\overline{EF}$.



Kreise

Ein Kreis k wird durch Angabe seines Mittelpunktes M und seines Radius r eindeutig festgelegt.

Alle Punkte eines Kreises haben von seinem Mittelpunkt den gleichen Abstand



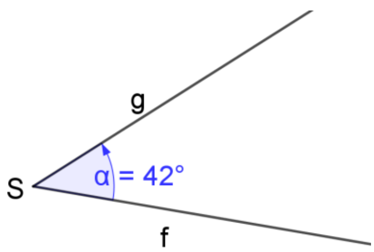
Winkel

zwei Schenkel (Halbgeraden) beginnen im Scheitel S und bilden somit einen Winkel α.

Winkel werden mit griechischen Buchstaben bezeichnet:

z. B. : α, β, γ, δ, ...

Die Größe eines Winkels wird in Grad ° gemessen.



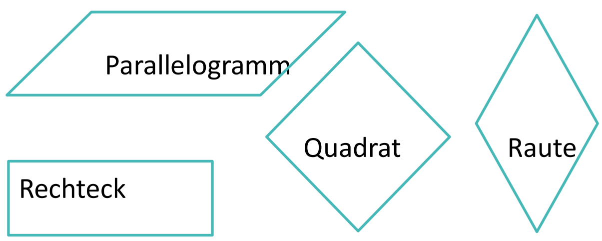
Vierecke

Parallelogramm:

Gegenüberliegende Seiten sind zueinander parallel.

Raute: Viereck/Parallelogramm mit vier gleich langen Seiten.

Quadrat: Rechteck mit gleich langen Seiten.



MULTIPLIKATION UND DIVISION GANZER ZAHLEN

Multiplizieren

mehrfaches Addieren derselben Zahlen

a · b = ab

1. Faktor 2. Faktor Wert des Produkts

Produkt

6 · 7 = 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 42

1. Faktor 2. Faktor Wert des Produkts

Dividieren

Dividieren ist Umkehren des Multiplizierens

a : b = c

Dividend Divisor Wert des

Quotient Quotienten

Kommutativgesetz und Assoziativgesetz gelten bei der Division nicht.

Für alle a gilt: 0 : a = 0

aber: durch 0 kann man nicht dividieren!

Rechengesetze und Rechenvorteile

Es gilt das Kommunikativ- und das Assoziativgesetz auch für Multiplikation und Division (siehe „Addition und Subtraktion ganzer Zahlen“)

Distributivgesetze

Für alle Zahlen a, b, c gilt:

$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$

$(10 + 3) \cdot 5 = 10 \cdot 5 + 3 \cdot 5$

$(20 - 2) \cdot 5 = 20 \cdot 5 - 2 \cdot 5$

Für alle Zahlen a, b und c gilt:

$(a + b) : c = a : c + b : c$

$(a - b) : c = a : c - b : c$

$(200 + 8) : 4 = 200 : 4 + 8 : 4$

$(150 - 6) : 3 = 150 : 3 - 6 : 3$

Potenzieren und Faktorisieren

= mehrfaches Multiplizieren einer Zahl mit sich selbst.

Exponent

$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$

Basis

$2^{10} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1.024$

$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$

Der Exponent gibt an, wie oft die Zahl als Faktor auftritt.

Potenzieren kommt vor Multiplizieren und Dividieren.

Jede natürliche Zahl, die größer als 1 ist, ist entweder eine Primzahl oder lässt sich in ein Produkt aus Primzahlen zerlegen (faktorisieren).

Primfaktorzerlegung:

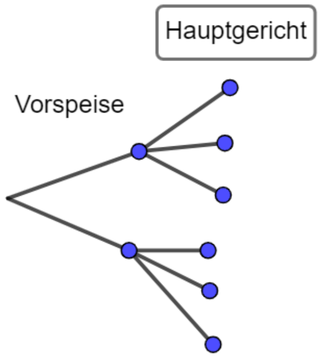
$50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$

Fortsetzung **MULTIPLIKATION UND DIVISION GANZER ZAHLEN**

Baumdiagramm und Zählprinzip

Fragestellungen, bei denen man mehrmals hintereinander auswählen oder entscheiden muss, können mit einem Baumdiagramm veranschaulicht werden. Dabei ergibt sich die Gesamtzahl aller Möglichkeiten durch Multiplikation der Anzahlen bei den Einzelentscheidungen.

Wie viele unterschiedliche Menüs kann man aus zwei Vorspeisen und drei Hauptgerichten zusammenstellen? Es gibt sechs Möglichkeiten.



Multiplizieren ganzer Zahlen:

1. Multipliziere die Beträge
2. bei gleichen Vorzeichen → Produkt: +
   bei verschiedenen Vorzeichen → Produkt: -

(+3) · (+8) = + 24 = 24
(-3) · (-8) = + 24 = 24
(+3) · (-8) = -24
(-3) · (+8) = -24

Dividieren ganzer Zahlen:

1. Dividiere die Beträge
2. gleiches Vorzeichen → Quotient: +
   verschiedene Vorzeichen → Quotient: -

(+12) : (+4) = +3 = 3
(-12) : (-4) = +3 = 3
(+12) : (-4) = -3
(-12) : (+4) = -3

Verbindung der Grundrechenarten

Für die Reihenfolge der Rechenschritte gilt:

1. Was in Klammern steht, wird zuerst berechnet
2. Punktrechnung vor Strichrechnung
3. Der Rest wird von vorne nach hinten der Reihe nach gerechnet.

40: (3 · 2 – 4) + 6 = |Zuerst: Klammer
NR: (3 · 2 – 4) = (6 - 4) = 2
40 : 2 + 6 = |Dann: Punkt vor Strich
NR: 40 : 2 = 20
20 + 6 = 26 | Zuletzt: Addieren

GRÖSSEN

Jede Größe besteht aus einer Maßzahl und einer Maßeinheit.

<u>Längen:</u>

1 km = 1.000 m
1 m = 10 dm
1 dm = 10 cm
1 cm = 10 mm

25 m = (25 · 100) cm = 2.500 cm

<u>Massen:</u>

1 t = 1.000 kg
1 kg = 1.000 g
1 g = 1.000 mg

12.000 g = (12.000 : 1.000) kg = 12 kg

<u>Zeitdauern:</u>

1 d = 24 h
1 h = 60 min
1 min = 60 s

5 h 15 min = (5 · 60 min) + 15 min = 315 min

<u>Geldwerte:</u>

1 € = 100 ct

Rechnen mit Größen

Größen in gleiche Maßeinheit bringen.

2 t 350 kg + 1.200 kg = 2.350 kg + 1.200 kg
= 3.550 kg = 3 t 550 kg

4 m + 67,5 dm = 4,00 m + 6,75 m = 10,75 m
= 10 m 75 cm

Größe mit Zahl multiplizieren:

- Maßzahl mit Zahl multiplizieren

→ Maßeinheit beibehalten

4,35 m · 8 = 435 cm · 8 = (435 · 8) cm = 3.480 cm
= 34,80 m

Dividieren zweier Größen:

- Maßzahl durch Zahl dividieren

→ Maßeinheit beibehalten

7,3 kg : 25 = 7.300 g : 25 = (7.300 : 25) g = 292 g

- Maßzahl durch Maßzahl dividieren

→ Ergebnis ist eine reine Zahl

5 h 40 min : 20 min = 340 min : 20 min = 17

Maßstab

Angaben wie 1 : 200 in einem Plan bedeuten, dass die Länge in Wirklichkeit dem Zweihundertfachen der Länge im Plan entspricht.
Die Länge im Plan ist der zweihundertste Teil der Länge in Wirklichkeit.

Bei einem Maßstab 1 : 200 entsprechen 200 cm in Wirklichkeit 1 cm im Plan.
3 mm im Plan sind 60 cm in Wirklichkeit.

FLÄCHEN

Flächeninhalt

Der Flächen**inhalt** ist die Größe einer Fläche.

Einheiten bei Flächeninhalten

Zur Flächenmessung verwenden wir Quadrate mit
Seitenlängen 1 mm, 1 cm, 1 dm,....
Sie haben die Flächeninhalte:
1 mm², 1 cm², 1 dm²,...

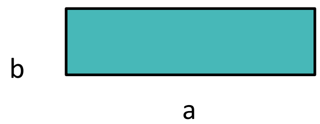
Umrechnung:

1 km² = 100 ha
1 ha = 100 a
1 a = 100 m²
1 m² = 100 dm²
1 dm² = 100 cm²
1 cm² = 100 mm²

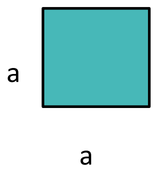
400 mm² = 4 cm²
18 m² = 180.000 cm²
25.000 a = 250 ha = 2,5 km²

Flächeninhalte von Rechtecken

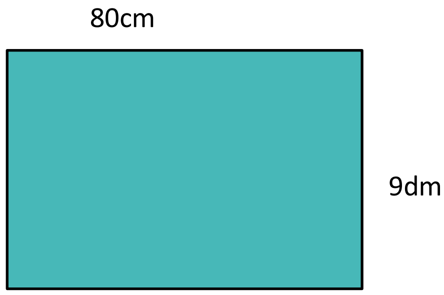
Rechtecke: A = a · b



Quadrate: A = a · a = a²



Flächeninhalt = Länge · Breite der Fläche



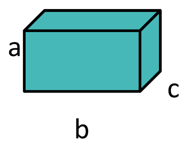
Flächeninhalt: A = 80 cm · 90 cm = 7.200 cm²

Oberflächeninhalt von Quadern

1. Alle Flächeninhalte der verschiedenen Oberflächenteile ausrechnen.
2. Flächeninhalte addieren.

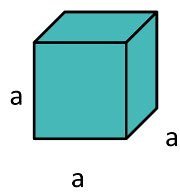
Für Quader gilt:

O = 2 · a · b + 2 · a · c + 2 · b · c
= 2 · (a · b + a · c + b · c)



Für Würfel gilt:

O = 6 · a · a
= 6 · a ²



Stand vom März 2025 H. Köhler