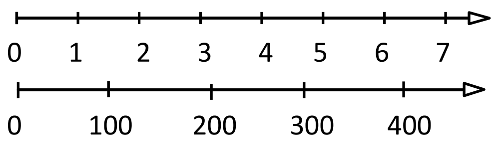
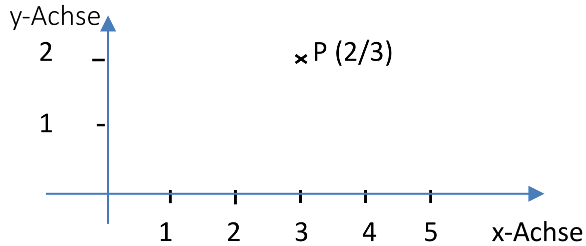
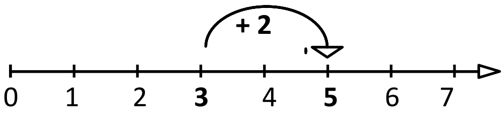
MATHEMATIK GRUNDWISSEN KLASSE 5

Thema	**Beispiel**
NATÜRLICHE UND GANZE ZAHLEN	
Veranschaulichung von Zahlen Natürliche Zahlen werden zum Zählen und Ordnen verwendet. Sie können am Zahlenstrahl und im Koordinatensystem veranschaulicht werden.	Stefan ist beim 100m-Lauf als *2.* ins Ziel gekommen.
Zahlenstrahl - Abstände am Zahlenstrahl zwischen Zahlen, die aufeinander folgen, müssen gleich groß sein	
Koordinatensystem - Punkte im Koordinatensystem lassen sich durch seine zwei Koordinaten beschreiben P (2/3) x-Koordinate y-Koordinate	
Dezimalsystem - Zahlen haben Ziffern mit unterschiedlichen Bedeutungen	345 - 3 Hunderter, 4 Zehner, 5 Einer Übungen: http://www.mathe-physik-aufgaben.de/schulaufgaben_gymnasium/aufgaben_sch_gm_05_1_mathe/GM_A0186.pdf
Große Zahlen und Zehnerpotenzen Große Zahlen schreibt man mit Hilfe von Zehnerpotenzen: 1 Million = 1 000 000 = 10^6 1 Milliarde = 1 000 000 000 = 10^9 1 Billion = 1 000 000 000 000 = 10^{12} Achtung: $10^1 = 10$ $10^0 = 1$	2 400 022 000 000 zwei Billionen vierhundert Milliarden zweiundzwanzig Millionen = 2 400 022 $\cdot 10^6$
Zahlenmengen, Teilbarkeit - Menge der natürlichen Zahlen: $\mathbb{N}$ - und 0 : $\mathbb{N}_0$ - { … } = Menge der natürlichen Zahlen Teilbarkeitsregeln für 2,3,4,5,9,10 Eine Primzahl ist nur durch sich selbst und die 1 teilbar.	34 ε $\mathbb{N}$ d.h. 34 ist ein Element der Menge $\mathbb{N}$. Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist. 29 ist eine Primzahl.
Runden - 0,1,2,3,4 → Abrunden - 5,6,7,8,9 → Aufrunden	Runde die Zahl 28 378 auf Hunderter! Lösung: Bei 7 wird aufgerundet → 28 400 *Übungen:* http://www.mathe-physik-aufgaben.de/schulaufgaben_gymnasium/aufgaben_sch_gm_05_1_mathe/GM_A0381.pdf

Thema	Beispiel
ADDITION UND SUBTRAKTION NATÜRLICHER ZAHLEN	
Addieren und Subtrahieren am Zahlenstrahl - Addieren bedeutet nach rechts gehen - Subtrahieren bedeutet mach links gehen	z.B. 3 + 2 = 5 
Bezeichnungen beim Addieren und Subtrahieren 2 + 7 = 9 1.Summand 2. Summand Wert der Summe Summe 5 - 2 = 3 Minuend Subtrahend Wert der Differenz Differenz	(15 + 2) – 6 = 11 - In diesem Fall besteht der Minuend aus der Summe von 15 und 2. - Der Subtrahend ist 6. - Da die Summe in Klammern steht, wird diese zuerst gerechnet: 17 – 6 = 11 → Es handelt sich um eine Differenz
Schriftliches Addieren und Subtrahieren Achte darauf, dass Hunderter unter Hunderter, Zehner unter Zehner und Einer unter Einer stehen!	34 572 + 59 349 (Überträge: 1 1 1) = 93 921 95 748 - 9 739 (Überträge: 1 1) = 86 009
Terme - bestehen aus Zahlen, Klammern und Rechnungen - man beginnt mit den Inneren - die Art des Terms (Summe, Differenz,...) wird durch die Rechenart festgelegt, die zuletzt ausgeführt wird.	(35 – 7) + [(88 + 12) – 9] = 28 + [100 - 9] = Differenz Summe Differenz = 28 + 91 = 119 Summe → Die Art des Terms ist eine Summe. Übungen: http://www.mathe-physik-aufgaben.de/schulaufgaben_gymnasium/aufgaben_sch_gm_05_2_mathe/GM_A0183.pdf

Thema	Beispiel
ADDITION UND SUBTRAKTION GANZER ZAHLEN	
Addition und Subtraktion - Gleiche Vorzeichen 1. Addiere die Beträge 2. Gib der Summe das gemeinsame Vorzeichen - Verschiedene Vorzeichen: 1. Subtrahiere den kleineren Betrag vom größeren Betrag 2. Gib der Differenz das Vorzeichen des Summanden mit dem größeren Betrag Subtrahieren einer Zahl = Addieren ihrer Gegenzahl	(-6) + (-8) : *|-6| + |-8| = 6 + 8 = 14* (-6) + (-8) = -14 6 + (-8) : *|-8|- |6| = 8-6 = 2* (-8) + 6 = -2 (-6) – 8 = (-6) + (-8) = - (6+8) = -14 Übungen: http://www.mathe-physik-aufgaben.de/schulaufgaben_gymnasium/aufgaben_sch_g

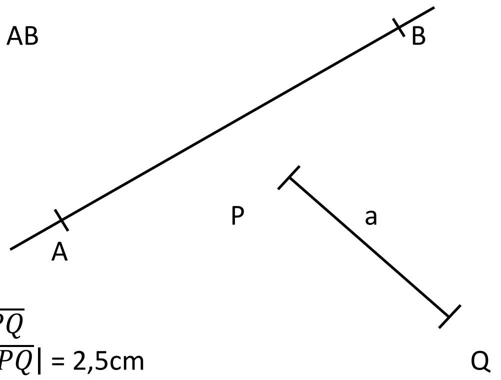
	m_05_2_mathe/GM_A0183.pdf
Rechengesetze **Kommutativgesetz** Für alle natürlichen Zahlen gilt: a+b = b+a	 35 + 41 = 41 + 35
Assoziativgesetz Für alle natürlichen Zahlen gilt: (a+b)+c = a+(b+c)	23 + (14 + 3) = (23 + 14) + 3 Mit den Rechengesetzen lassen sich Rechenvorteile ausnutzen.
Gemischtes Addieren und Subtrahieren ohne Klammern 1. Bilde die Summe der Plusglieder 2. Subtrahiere davon, die Summe der Minusglieder	68 + 17 – 29 – 28 + 23 – 31 = *1. (68 + 17 + 23) - 29 - 28 -31* *2. (68 + 17 + 23) - (29 + 28 + 31)* = 108 – 88 = 20

GEOMETRISCHE FIGUREN UND LAGEBEZIEHUNGEN

Thema	Beispiel

Punkte, Geraden, Strecken
Bezeichnungen für
Punkte: große Buchstaben, z.B.: A,B,C, ...
Geraden: kleine Buchstaben wie g, h ,k, ... oder mithilfe von zwei Punkten auf der Geraden, z.B.: AB.
Strecken: kleine Buchstaben oder durch ihre Endpunkte, z.B. $\overline{AB}$ Die Länge einer Strecke kann ebenfalls mit kleinen Buchstaben oder mit Hilfe ihrer Endpunkte und dem Betrag beschrieben werden: z.B.: $|\overline{AB}|$
Liegt ein Punkt B auf einer Halbgeraden (Strahl) $h = [AB$, so schreibt man $B \in [AB$

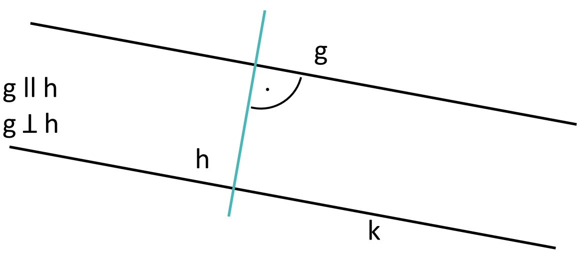
g = AB



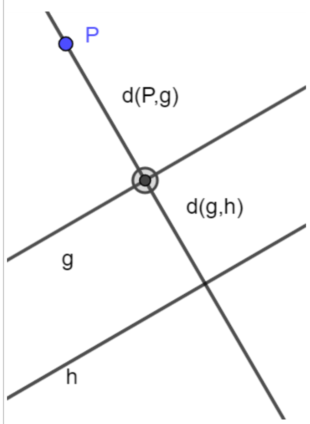
a = $\overline{PQ}$
a = $|\overline{PQ}|$ = 2,5cm

Besondere gegenseitige Lage von Geraden
Zueinander senkrechte Geraden, in Zeichen: g⊥h
Zueinander parallele Geraden, in Zeichen: g||k

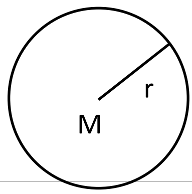
g ll h
g ⊥ h



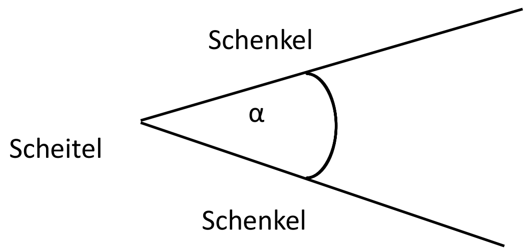
Abstand und Kreis
Der Abstand zweier Punkte P und Q ist die Länge der Strecke $|\overline{PQ}|$. Der Abstand d eines Punktes P zu einer Geraden g ist die Länge der zu g senkrechten Verbindungsstrecke von P bis g (Lotstrecke). Der Abstand zweier Parallelen g und h ist die Länge der zu g und h senkrechten Verbindungsstrecke.

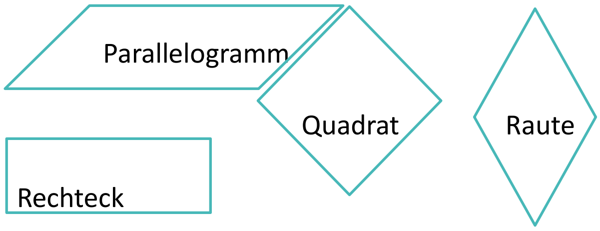


Ein Kreis wird durch Angabe seines Mittelpunktes und seines Radius eindeutig festgelegt.
Alle Punkte eines Kreises haben von seinem Mittelpunkt den gleichen Abstand.



Winkel
- zwei Schenkel schneiden sich im Scheitel und somit einen Winkel α
- Winkel werden mit griechischen Buchstaben bezeichnet: z.B. : α, β, γ, δ, ...
- Größe eines Winkels wird in Grad ° gemessen



<table>
<tr><td>Vierecke
Parallelogramm: Gegenüberliegende Seiten sind zueinander parallel.
Raute: Parallelogramm mit 4 gleich langen Seiten.
Quadrat: Rechteck mit gleich langen Seiten.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Thema</td><td>Beispiel</td></tr>
<tr><td colspan="2">MULTIPLIKATION UND DIVISION GANZER ZAHLEN</td></tr>
<tr><td>Multiplizieren
= mehrfaches Addieren der selben Zahlen

a · b = ab
1. Faktor 2. Faktor Wert des Produkts

Produkt</td><td>6 · 7 = 7+7+7+7+7+7+7 = 42

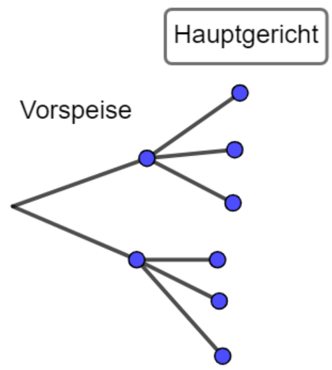
1. Faktor 2. Faktor Wert des Produkts</td></tr>
<tr><td>Dividieren
Dividieren = umkehren des Multiplizieren
a : b = c
Dividend Divisor Wert des Quotienten
Quotient

Kommutativgesetz und Assoziativgesetz gelten bei der Division nicht
Für alle a gilt: 0:a=0
aber: durch 0 kann man nicht dividieren</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Rechengesetze und Rechenvorteile
Es gilt das Kommunikativ und das Assoziativgesetz auch für Multiplikation und Division (siehe „Addition und Subtraktion ganzer Zahlen“)

Distributivgesetze
Für alle Zahlen a, b, c gilt:
(a+b) · c = a · c + b · c
(a-b) · c = a · c - b · c
Für alle Zahlen a, b und c gilt:
(a+b) : c = a :c + b :c
(a-b) : c = a :c - b :c</td><td>(

10+3) · 5 = 10 · 5 + 3 · 5
(20-2) · 5 = 20 · 5 - 2 · 5

(200+8) : 4 = 200 :4 + 8 :4
(150-6) : 3 = 150 :3 - 6 :3</td></tr>
</table>

Thema	Beispiel
Potenzieren und Faktorisieren = mehrfaches Multiplizieren einer Zahl mit sich selbst. $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$ Basis Exponent Der Exponent gibt an, wie oft die Zahl als Faktor auftritt. Potenzieren kommt vor Multiplizieren und Dividieren. Jede natürliche Zahl, die größer als 1 ist, ist entweder eine Primzahl oder lässt sich in ein Produkt aus Primzahlen zerlegen (faktorisieren).	$2^{10} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1024$ $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$ $50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$
Baumdiagramm und Zählprinzip Fragestellungen, bei denen man mehrmals hintereinander auswählen oder entscheiden muss, können mit einem Baumdiagramm veranschaulicht werden. Dabei ergibt sich die Gesamtzahl aller Möglichkeiten durch Multiplikation der Anzahlen bei den Einzelentscheidungen.	Wie viele unterschiedliche Menüs kann man aus 2 Vorspeisen und 3 Hauptgerichten zusammenstellen? Es gibt 6 Möglichkeiten. 
Multiplizieren ganzer Zahlen: 1. Multipliziere die Beträge 2. bei gleichen Vorzeichen → Produkt: + bei verschiedenen Vorzeichen → Produkt: -	$(+3) \cdot (+8) = +24 = 24$ $(-3) \cdot (-8) = +24 = 24$ $(+3) \cdot (-8) = -24$ $(-3) \cdot (+8) = -24$
Dividieren ganzer Zahlen : 1. Dividiere die Beträge 2. gleiches Vorzeichen → Quotient: + verschiedene Vorzeichen → Quotient: -	$(+12) : (+4) = +3 = 3$ $(-12) : (-4) = +3 = 3$ $(+12) : (-4) = -3$ $(-12) : (+4) = -3$
Verbindung der Grundrechenarten Für die Reihenfolge der Rechenschritte gilt: 1. Was in Klammern steht, wird zuerst berechnet 2. Punktrechnung vor Strichrechnung 3. Der Rest wird von vorne nach hinten der Reihe nach gerechnet.	$40 : (3 \cdot 2 - 4) + 6 =$ |Zuerst: Klammer NR: $(3 \cdot 2 - 4) = (6 - 4) = 2$ $40 : 2 + 6 =$ |Dann: Punkt vor Strich NR: $40 : 2 = 20$ $20 + 6 = 26$ | Zuletzt: Addieren

GRÖSSEN

Jede Größe besteht aus einer Maßzahl und einer Maßeinheit. <u>Längen:</u> 1km = 1 000m 1m = 10dm 1dm = 10cm 1cm = 10 mm <u>Massen:</u> 1t = 1 000kg 1kg = 1 000g 1g = 1 000mg <u>Zeitdauern:</u> 1d = 24h 1h = 60min 1min = 60s <u>Geldwerte:</u> 1€ = 100ct	25m = (25 · 100) cm = 2500cm 12 000g = (12 000 : 1000)kg = 12kg 5h 15min = (5 · 60min) + 15min = 315min
Rechnen mit Größen Größen in gleiche Maßeinheit bringen Größe mit Zahl multiplizieren: - Maßzahl mit Zahl multiplizieren → Maßeinheit beibehalten Dividieren zweier Größen: - Maßzahl durch Zahl dividieren → Maßeinheit beibehalten - Maßzahl durch Maßzahl dividieren → Ergebnis ist eine reine Zahl	2t 350kg + 1200kg = *2350kg + 1200kg = 3550kg* = 3t 550kg 4m + 67,5dm = *4,00m + 6,75m = 10,75m* = 10m 75cm 4,35m · 8 = *435cm · 8 = (435 · 8) cm = 3480cm* = 34,80m 7,3kg : 25 = *7300g : 25 = (7300 : 25)g* = 292g 5h 40min : 20min = *340min : 20min* = 17
Thema	**Beispiel**
Maßstab Angaben wie 1:200 in einem Plan bedeuten, dass die Länge in Wirklichkeit dem Zweihundertfachen der Länge im Plan entspricht. Die Länge im Plan ist der zweihundertste Teil der Länge in Wirklichkeit.	Bei einem Maßstab 1: 200 entsprechen 20m in Wirklichkeit 1dm im Plan. 3mm im Plan 60cm in Wirklichkeit.
Thema	**Beispiel**

FLÄCHEN

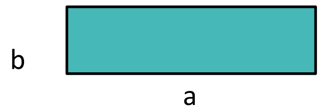
Flächeninhalte
= die Größe einer Fläche

Einheiten bei Flächeninhalten
Zur Flächenmessung verwenden wir Quadrate mit Seitenlängen 1mm, 1cm, 1dm,....
Sie haben die Flächeninhalte:
$1mm^2$, $1cm^2$, $1dm^2$,...

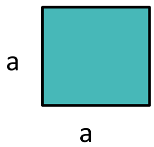
Umrechnung:
$1km^2=100ha$
$1ha=100a$
$1a=100m^2$
$1m^2=100dm^2$
$1dm^2=100cm^2$
$1cm^2=100mm^2$

$400mm^2 = 4cm^2$
$18m^2 = 180\,000cm^2$
$25\,000a = 250ha = 2{,}5km^2$

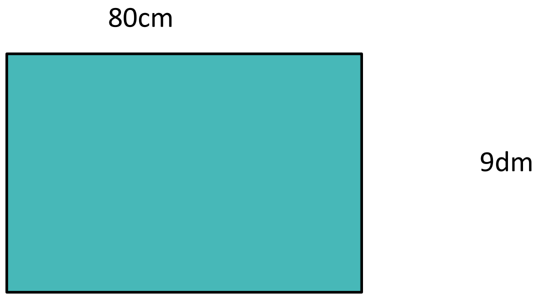
Flächeninhalte von Rechtecken
Rechtecke: $A = a \cdot b$



Quadrate: $A = a \cdot a = a^2$



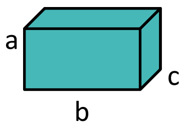
Flächeninhalt = Länge · Breite der Fläche



Flächeninhalt: $A=80cm \cdot 90cm= 7200cm^2$

Oberflächeninhalt von Quadern
1. Alle Flächeninhalte der verschiedenen Oberflächenteile ausrechnen
2. Flächeninhalte addieren

Für Quader gilt :
$O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$
$= 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$



Für Würfel gilt:
$O = 6 \cdot a \cdot a$
$= 6 \cdot a^2$