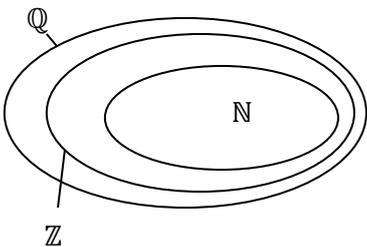
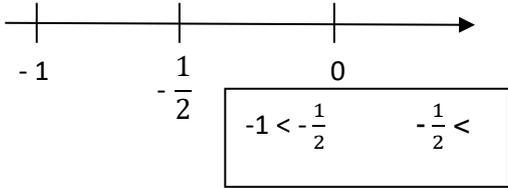


# MATHEMATIK GRUNDWISSEN Kl. 6 – G9

Thema	Beispiel
<h2>1. Rationale Zahlen</h2>	
<h3>1.1 Bruchteile und Bruchzahlen</h3>	
<p><b>Bruchteil</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Das Ganze wird durch den Nenner geteilt und das Ergebnis mit dem Zähler</li> <li>- multipliziert</li> </ul>	$\frac{2}{4} \text{ von } 48 \text{ kg} = (48 \text{ kg} : 4) \cdot 2 = 12 \text{ kg} \cdot 2 = 24 \text{ kg}$ $\frac{1}{3} \text{ h} = \frac{1}{3} \text{ von } 1 \text{ h} = (1 \text{ h} : 3) \cdot 1 = (60 \text{ min} : 3) \cdot 1 = 20 \text{ min} \cdot 1 = 20 \text{ min}$
<p><b>Erweitern</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Zähler und Nenner werden mit der gleichen natürlichen Zahl multipliziert.</li> <li>- Der Wert des Bruches ändert sich beim Erweitern nicht.</li> </ul>	$\frac{4}{6} = \frac{4 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{12}{18}$
<p><b>Kürzen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Zähler und Nenner werden durch die gleiche natürliche Zahl dividiert.</li> <li>- Der Wert wird beim Kürzen der Brüche nicht geändert.</li> </ul>	$\frac{6}{18} = \frac{6 : 6}{18 : 6} = \frac{1}{3}$
<p><b>Bruchzahlen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Die aus einem Bruch durch Erweitern oder Kürzen entstehenden Brüche geben dieselbe Bruchzahl an.</li> </ul>	$\frac{12}{18}, \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9} \text{ und } \frac{120}{180} \text{ geben dieselbe Bruchzahl an.}$

<p><b>Bruchzahlen als Quotienten</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Die Quotienten zweier natürlicher Zahlen lassen sich als Bruchzahl darstellen. Es besteht auch die umgekehrte Möglichkeit des Schreibens eines Bruchs als Quotienten.</li> <li>- <b>Anteile</b> werden als Quotient zweier Größen der gleichen Art berechnet.</li> </ul>	$27 : 36 = \frac{27}{36}$ $13 \text{ s von } 15 \text{ s} = 13 \text{ s} : 15 \text{ s} = \frac{13}{15}$
<p><b>Vergleichen von Brüchen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Wenn man Brüche gleichnamig macht oder auf den gleichen Zähler bringt, kann man sie vergleichen.</li> </ul>	$\frac{6}{20} = \frac{30}{100},$ $\frac{22}{25} = \frac{88}{100},$ <p>also <math>\frac{6}{20} &lt; \frac{22}{25}</math></p>
<p><b>Rationale Zahlen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Die Menge der rationalen Zahlen <math>\mathbb{Q}</math> besteht aus den Bruchzahlen und ihren Gegenzahlen</li> <li>- Falls bei einem Quotient <math>a:b</math>, bei dem <math>a</math> und <math>b</math> ganze Zahlen sind und <math>b</math> nicht 0 ist, ist der Quotient die rationale Zahl <math>\frac{a}{b}</math>,</li> </ul> <p>also <math>a:b = \frac{a}{b}</math></p>	<p><math>-\frac{4}{7}; 0,4; 8; -2; 3\frac{6}{9}</math> sind rationale Zahlen.</p> $-\frac{2}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{2}{-4}$
<p><b>Zahlenmengen</b></p> <p><math>\mathbb{N}</math>: Menge der natürlichen Zahlen z.B. <math>\{1,2,3, \dots\}</math></p> <p><math>\mathbb{Z}</math>: Menge der ganzen Zahlen z.B. <math>\{\dots, -2,-1,0, +1,+2,\dots\}</math></p> <p><math>\mathbb{Q}</math>: Menge der rationalen Zahlen</p>	

<p>z.B. <math>\{-3, -2\frac{1}{2}, -0,5, \frac{1}{2}, 1,5\}</math></p>	
<p><b>Anordnung</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Von zwei rationalen Zahlen a und b ist diejenige größer, die auf der Zahlengeraden weiter rechts liegt.</li> </ul>	 <p>A number line with an arrow pointing to the right. Three tick marks are labeled: -1, <math>-\frac{1}{2}</math>, and 0. Below the line, a rectangular box contains the inequality <math>-1 &lt; -\frac{1}{2} &lt; -\frac{1}{2} &lt;</math>.</p>
<h2>1.2 Dezimalbrüche</h2>	
<p><b>Dezimalbrüche</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Die 1. (2., 3,...) Stelle hinter dem Komma bedeutet Zehntel(Hundertstel,...) in der</li> </ul>	$231,597 = 231 + \frac{5}{10} + \frac{9}{100} + \frac{7}{1000}$
<p><b>Umwandeln von Brüchen in Dezimalbrüche</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Man erweitert oder kürzt den Nenner auf eine Zehnerpotenz oder dividiert den Zähler durch den Nenner.</li> </ul>	$\frac{12}{75} = \frac{4}{25} = \frac{16}{100} = 0,16$ $\frac{49}{35} = \frac{7}{5} = 7 : 5 = 1,4$
<p><b>Runden von Dezimalbrüchen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Nachdem man die gewünschte Zahl der Nachkommastellen festgelegt hat, rundet man die Ziffer auf der nächsten Nachkommastelle nach den üblichen Regeln.</li> </ul>	$123,74 \approx 124 \text{ (auf E gerundet)}$ $74,0054 \approx 74,0 \text{ (auf Z gerundet)}$ $-0,0855 \approx -0,086 \text{ (auf T gerundet)}$

## 1.3 ADDITION UND SUBTRAKTION VON BRÜCHEN

### Addieren und Subtrahieren von Brüchen

- Um Brüche addieren oder subtrahieren zu können, müssen diese gleiche Nenner haben. Falls nicht, müssen sie zunächst gleichnamig gemacht, d.h. auf einen gemeinsamen Nenner gebracht werden.

Dann addiert bzw. subtrahiert man die Zähler und behält den gemeinsamen Nenner bei:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \text{bzw.} \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{16} = \frac{4}{16} + \frac{5}{16} = \frac{9}{16}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{14} = \frac{35}{42} - \frac{9}{42} = \frac{26}{42} = \frac{13}{21}$$

### Ermittlung gemeinsamer Nenner durch Faktorzerlegung

- Um gemeinsame Teiler der Nenner zweier Brüche zu finden, verwendet man die Methode der Faktorzerlegung von beiden Nennern durch. Danach werden alle einzelnen Faktoren multipliziert und dabei die gefundenen gemeinsamen Teiler nur einmal berücksichtigt. Der kleinstmögliche gemeinsame Nenner bezeichnet man als das kleinste gemeinsame Vielfaches (kgV).

$$\frac{5}{12} - \frac{9}{28} = \frac{5 \cdot 7}{84} - \frac{9 \cdot 3}{84} = \frac{8}{84} = \frac{2}{21}$$

$$\text{NR: } 12 = 3 \cdot 4$$

$$28 = 4 \cdot 7$$

möglicher Nenner:

$$3 \cdot 4 \cdot 7 = 84$$

84 ist das kgV der Nenner 12 und 28.

**Addieren und Subtrahieren gemischter Zahlen**

- Als erstes müssen die Brüche gleichnamig werden, falls dies noch nicht der Fall ist. Danach werden die Ganzen und die Brüche getrennt voneinander addiert und zusammengefasst.
- Es besteht jedoch auch die Möglichkeit, die gemischten Zahlen zuerst in Brüche umzuwandeln und dann erst zu danach zu addieren oder subtrahieren.

Addieren:

$$2\frac{2}{3} + 3\frac{1}{2} = 2\frac{4}{6} + 3\frac{3}{6} = 5\frac{7}{6} = 6\frac{1}{6}$$

Subtrahieren:  $5\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6} =$

$$= 5\frac{3}{12} - 2\frac{10}{12}$$

$$= 4\frac{15}{12} - 2\frac{10}{12} = 2\frac{5}{12}$$

$$= 3 + \left(-\frac{7}{12}\right) = 2\frac{5}{12}$$

$$5\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6} = \frac{21}{4} - \frac{17}{6} = \frac{63}{12} - \frac{34}{12} = \frac{29}{12} = 2\frac{5}{12}$$

**Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen**

- Bei Dezimalbrüchen wird, genau wie bei den ganzen Zahlen auch, stellenweise addiert bzw. subtrahiert. Dabei wird der Stellenwert der Ziffern durch das Komma markiert. Beim Untereinanderschreiben muss Komma unter Komma stehen.

Ergänzen: oder Borgen:

43,421	742,36	3 5
+ 194,7	- 8,356	742,36
1 1	1 1	- 8,356
238,121	734,004	734,004

## 1.4 MULTIPLIKATION UND DIVISION VON BRUCHZAHLEN

### Multiplikation eines Bruches mit einer natürlichen Zahl

- Dabei wird der Zähler mit der natürlichen Zahl multipliziert und der Nenner beibehalten.

$$9 \cdot \frac{5}{6} = \frac{9 \cdot 5}{6} = \frac{3 \cdot 5}{2} = 7\frac{1}{2}$$

### Division eines Bruches durch eine natürliche Zahl

- Nun muss der Nenner mit der natürlichen Zahl multipliziert werden. Diesmal wird der Zähler unverändert beibehalten.

$$\frac{a}{b} : C = \frac{a}{b \cdot c} \quad (c \neq 0)$$

$$\frac{6}{7} : 3 = \frac{6}{7 \cdot 3} = \frac{2}{7 \cdot 1} = \frac{2}{7}$$

### Multiplikation zweier Brüche

- Es wird Nenner mit Nenner und Zähler mit Zähler multipliziert.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

- Doch davor muss erst einmal, wenn möglich, gekürzt werden.
- In gemischter Schreibweise dargestellte Faktoren müssen als Brüche geschrieben werden.

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{6}{35}$$

### Division zweier Brüche

- Der Dividend wird mit dem Kehrbuch des Divisors multipliziert.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} \quad (b, c, d \neq 0)$$

$$\frac{35}{44} : \frac{10}{11} = \frac{35}{44} \cdot \frac{11}{10} = \frac{7 \cdot 11}{44 \cdot 2} = \frac{7 \cdot 1}{4 \cdot 2} = \frac{7}{8}$$

<p><b>Darstellung des Kehrwerts als Potenz mit negativem Exponenten</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>a^{-1} = \frac{1}{a}</math></li> </ul> <p><b>Verallgemeinerung auf Potenzen mit negativen Exponenten</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n</math></li> </ul>	$5^{-1} = \frac{1}{5}$ $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{3}$ $6^{-3} = \left(\frac{1}{6}\right)^3$ $\left(\frac{2}{7}\right)^{-4} = \left(\frac{7}{2}\right)^4$		
<p><b>Multiplikation von Dezimalbrüchen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Zunächst wird das Komma beim Multiplizieren vernachlässigt.</li> <li>- Zuletzt wird das Komma so gesetzt, dass das Ergebnis ebenso viele Stellen hinter dem Komma hat wie beide Faktoren zusammen.</li> </ul>	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <math display="block">\begin{array}{r} 2,1 \cdot 6,34 \\ \hline 126 \\ + \quad 63 \\ + \quad 84 \\ \hline 11 \\ \hline 13,314 \end{array}</math> </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <math display="block">\begin{array}{r} 0,23 \cdot 0,4 \\ \hline 92 \\ \hline 0,092 \end{array}</math> </td> </tr> </table>	$\begin{array}{r} 2,1 \cdot 6,34 \\ \hline 126 \\ + \quad 63 \\ + \quad 84 \\ \hline 11 \\ \hline 13,314 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0,23 \cdot 0,4 \\ \hline 92 \\ \hline 0,092 \end{array}$
$\begin{array}{r} 2,1 \cdot 6,34 \\ \hline 126 \\ + \quad 63 \\ + \quad 84 \\ \hline 11 \\ \hline 13,314 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0,23 \cdot 0,4 \\ \hline 92 \\ \hline 0,092 \end{array}$		
<p><b>Division von Dezimalbrüchen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Das Komma wird bei beiden Zahlen so weit nach rechts verschoben, bis der Divisor eine natürliche Zahl ist, dann wird die Division ausgeführt.</li> <li>- Beim Überschreiten des Kommas muss auch im Ergebnis ein Komma gesetzt werden.</li> <li>- Das Ergebnis der Division kann auch ein periodischer Dezimalbruch sein.</li> </ul>	$3,78 : 1,4 = 37,8 : 14 = 2,7$ $\begin{array}{r} - 28 \\ \hline 98 \\ - 98 \\ \hline 0 \end{array}$		

## 1.5 Verbindung der Grundrechenarten bei rationalen Zahlen

Thema	Beispiel
<p><b>Addition und Subtraktion</b></p> <p>Addieren zweier rationaler Zahlen:</p> <p>Gleiche Vorzeichen:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Addiere die Beträge</li> <li>2. Gib der Summe das gemeinsame Vorzeichen</li> </ol> <p>Verschiedene Vorzeichen:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Subtrahiere den kleineren Betrag vom größeren Betrag</li> <li>2. Gib der Differenz das Vorzeichen des Summanden mit dem größeren Betrag</li> </ol> <p><b>Subtrahieren</b> einer Zahl bedeutet dasselbe wie Addieren ihrer <b>Gegenzahl</b>.</p>	$(+1,2) + (+0,4) = +1,6$ $(-1,2) + (-0,4) = -1,6$ $(-1,2) + (+0,4) = -0,8$ $(+1,2) + (-0,4) = +0,8$ $(-1,2) - (-0,4) = (-1,2) + (+0,4) = -0,8$
<p><b>Multiplikation und Division</b></p> <p>Multiplizieren zweier rationaler Zahlen:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Multipliziere die Beträge</li> <li>2. Bei gleichen Vorzeichen gib dem Produkt das Vorzeichen +, bei verschiedenen Vorzeichen gib dem Produkt das Vorzeichen -</li> </ol> <p>Für alle rationale Zahlen a gilt:</p> $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ <p><b>Dividieren</b> durch eine Zahl bedeutet dasselbe wie Multiplizieren mit ihrer <b>Kehrzahl</b>.</p> <p>Für alle rationalen Zahlen <math>a \neq 0</math> gilt:</p> $0 : a = 0$ <p>Durch null kann man nicht dividieren.</p>	$(+0,5) \cdot (+0,7) = +0,35 = 0,35$ $(-0,5) \cdot (-0,7) = +0,35 = 0,35$ $(-0,5) \cdot (+0,7) = -0,35$ $(+0,5) \cdot (-0,7) = -0,35$

### Verbindung der Grundrechenarten

- Klammern legen die Reihenfolge der Rechenschritte fest.  
Kommen in einem Ausdruck sowohl Punkt- als auch Strichrechnungen vor, so gilt „Punkt vor Strich“.

$$\begin{aligned} & [ 1 + (-\frac{1}{2}) \cdot \frac{1}{3} ] : (-\frac{3}{4}) \\ & = [ 1 + (-\frac{1}{6}) ] \cdot (-\frac{4}{3}) = \frac{5}{6} \cdot (-\frac{4}{3}) = -\frac{10}{9} \end{aligned}$$

### Rechengesetze

Für alle rationalen Zahlen a, b, und c gilt:

- Kommutativgesetz:  
 $a + b = b + a$   
 $a \cdot b = b \cdot a$
- Assoziativgesetz:  
 $a + (b + c) = (a + b) + c$   
 $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
- Distributivgesetz:  
 $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

Mit Rechengesetzen lassen sich Rechenvorteile nutzen.

$$(-\frac{2}{9}) \cdot 1\frac{1}{4} \cdot \frac{9}{2} = [(-\frac{2}{9}) \cdot \frac{9}{2}] \cdot 1\frac{1}{4} = -1\frac{1}{4}$$

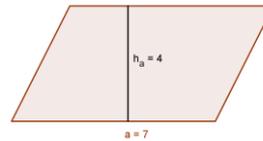
$$\frac{7}{3} \cdot (\frac{3}{7} - \frac{1}{3}) = \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{7} - \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{3} = 1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$$

## 2. FLÄCHENINHALT UND VOLUMEN

### 2.1 Flächeninhalte

#### Flächeninhalt von Parallelogrammen

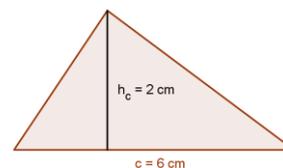
- Beim Parallelogramm wird der Abstand der zwei parallelen Seiten als Höhe bezeichnet.
- Beim Flächeninhalt eines Parallelogramms gilt:  $A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$
- Bei sich in einer Seite und der dazugehörigen Höhe übereinstimmenden Parallelogrammen handelt es sich um gleiche Flächeninhalte.



Flächeninhalt:  
 $A = 8 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2$

#### Flächeninhalt von Dreiecken

- Die Länge des Lots zwischen einer Ecke und der gegenüberliegenden Seite wird als Höhe im Dreieck bezeichnet. Es gibt in jedem Dreieck drei Höhen.
- Beim Flächeninhalt des Dreiecks gilt:  
 $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b$
- Dreiecke, die in einer Seite und der zugehörigen Höhe übereinstimmen, haben den gleichen Flächeninhalt.



Flächeninhalt:  
 $A = \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}^2$

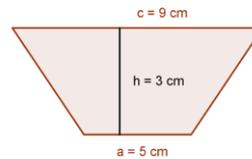
#### Flächeninhalt von Trapezen

- Ein Viereck mit zwei zueinander parallelen Seiten wird als

Trapez bezeichnet. Dabei bezeichnet man den Abstand der zueinander parallelen Seiten als Höhe des Trapezes. Die beiden anderen Seiten werden Schenkel des Trapezes genannt.

- Beim Flächeninhalt des Trapezes gilt:

$$A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$$

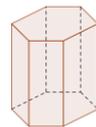


Flächeninhalt:

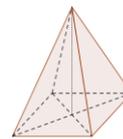
$$A = \frac{1}{2} \cdot (5 \text{ cm} + 9 \text{ cm}) \cdot 3 \text{ cm} = 21 \text{ cm}^2$$

### Schrägbilder

- Um die räumliche Vorstellung eines Körpers zu verbessern, fertigt man von ihm ein Schrägbild an.
- Meist ist es hilfreich, zunächst ein Schrägbild eines Quaders zu zeichnen, aus dem sich dann das Schrägbild eines anderen Körpers entwickeln lässt.



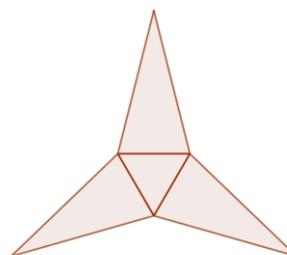
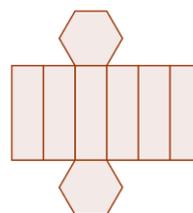
Prisma



Pyramide

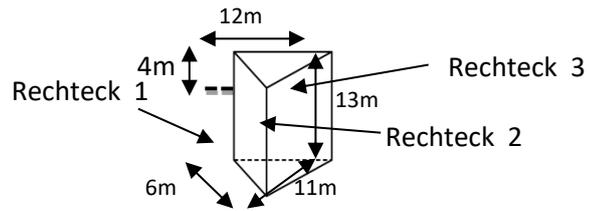
### Netze

- Beim längs Aufschneiden der Oberfläche eines Körpers an geeigneten Kanten und Ausbreiten in der Zeichenebene, erhält man ein Netz des Körpers.



### Oberflächeninhalt

- Der Oberflächeninhalt  $O$  eines Körpers gleicht dem Flächeninhalt seines Netzes.



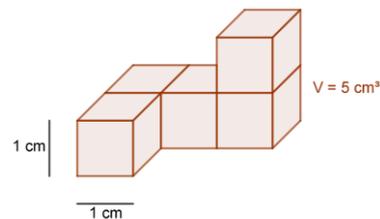
Oberflächeninhalt:

$$\begin{aligned} O &= 2 \cdot O_{\text{Dreieck}} \\ &+ O_{\text{Rechteck1}} + O_{\text{Rechteck2}} + O_{\text{Rechteck3}} \\ &= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 12\text{m} \cdot 4\text{m} + 6\text{m} \cdot 13\text{m} \\ &\quad + 10\text{m} \cdot 13\text{m} + 12\text{m} \cdot 13\text{m} \\ &= 412\text{m}^2 \end{aligned}$$

## 2.2 VOLUMEN UND VOLUMENMESSUNG

### Volumen

- Das Volumen  $V$  gibt den Raum an, den der Gegenstand einnimmt.
- $V = 5\text{ cm}^3$  ist das fünffache Volumen eines Zentimeterwürfels



### Volumeneinheiten

- Zur Volumenmessung verwenden wir Würfel mit den Kantenlängen 1 mm, 1cm, 1dm oder 1m.
- Sie haben die Volumina  $1\text{mm}^3$ ,  $1\text{cm}^3$ ,  $1\text{dm}^3$  oder  $1\text{m}^3$ .

$$20.000\text{ mm}^3 = 20\text{ cm}^3 = 0,020\text{ dm}^3$$

$$\begin{aligned} 215\text{ dm}^3 50\text{ cm}^3 &= 215,050\text{ dm}^3 \\ &= 215.050\text{ cm}^3 \\ &= 0,215050\text{ m}^3 \end{aligned}$$

Für Umrechnungen gilt:

$$1\text{m}^3 = 1000\text{dm}^3, \quad 1\text{dm}^3 = 1000\text{cm}^3$$

$$1\text{cm}^3 = 1000\text{mm}^3$$

Flüssigkeitsmengen werden oft in den Einheiten ml, l und hl gemessen.

Es gilt:  $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$

$1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$  und  $1 \text{ ml} = \frac{1}{1000} \text{ l} = 1 \text{ cm}^3$

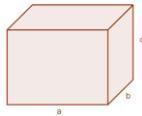
$$50 \text{ hl} = 5000 \text{ l} = 5000 \text{ dm}^3 = 5 \text{ m}^3$$

$$7200 \text{ cm}^3 = 7200 \text{ ml} = 7,2 \text{ l}$$

### Volumen des Quaders

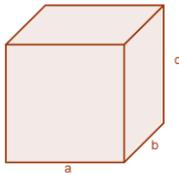
Für Quader gilt:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

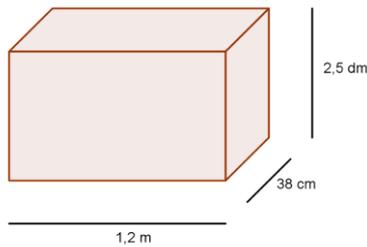


Für Würfel gilt:

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3$$



- Man muss zunächst die Länge, die Breite und die Höhe des Quaders in der gleichen Einheit angeben.



Volumen

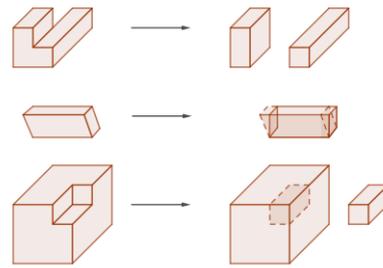
$$\begin{aligned} V &= 1,2 \text{ m} \cdot 38 \text{ cm} \cdot 2,5 \text{ dm} \\ &= 1,2 \text{ m} \cdot 0,38 \text{ m} \cdot 0,25 \text{ m} \\ &= (1,2 \cdot 0,38 \cdot 0,25) \text{ m}^3 \\ &= 0,114 \text{ m}^3 = 114 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

### Volumen verschiedener Körper

Das Volumen eines Körpers lässt sich rechnerisch bestimmen, indem das Volumen dieses Körpers auf das Volumen eines Quaders zurückgeführt wird.

z.B. indem der Körper

- in Quader zerlegt wird
  - geeignet zerlegt und neu zu einem Quader zusammengesetzt wird
  - durch Hinzufügen von Quadern zu einem Quader ergänzt wird
- Körper, deren Volumen sich nicht auf eine dieser Weisen bestimmen lässt, können wir es unter Verwendung von Quadern näherungsweise bestimmen.



### 3. PROZENTRECHNUNG, DATEN UND DIAGRAMME

#### Prozentbegriff

- Prozent ist eine andere Bezeichnung für Hundertstel.
- Die Prozentschreibweise wird häufig zum anschaulichen Vergleich von Anteilen verwendet.
- Kleinere Anteile werden auch in Promille (= Tausendstel) angegeben.

$$60\% = 0,6$$

$$3\% = 0,03$$

$$100\% = 1$$

$$8\text{‰} = 0,008$$

#### Darstellung von Prozentangaben im Kreisdiagramm

- In Prozent angegebene Aufteilungen eines Ganzen lassen sich in einem Kreisdiagramm geeignet veranschaulichen.

#### Lieblingessen der Schüler am NKG



■ Pizza 45%     ■ Sonstiges 18%  
■ Salat 9%     ■ Schnitzel 28%

#### Grundgleichung der Prozentrechnung

- Prozentsatz von Grundwert ist Prozentwert
- $PW \cdot GW = PW$

$$40\% \cdot 250 \text{ €} = 100 \text{ €}$$

#### Berechnung des Prozentwertes

- Zur Berechnung des Prozentwertes wird der Prozentsatz mit dem Grundwert multipliziert.

$$36\% \cdot 350 \text{ m} = 0,36 \cdot 350 \text{ m} = 126 \text{ m}$$

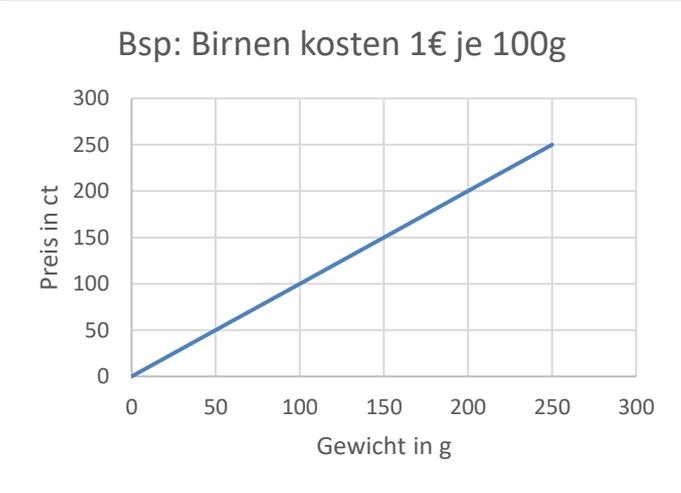
#### Berechnung des Prozentsatzes

- Zur Berechnung des Prozentsatzes wird der Prozentwert durch den Grundwert dividiert.

Wie viel % von 35 sind 30?

$$30 : 35 = 0,8751... \approx 85,75\%$$

$$\text{Also: } 85,7\% \cdot 35 = 30$$

<p><b>Berechnung des Grundwertes</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Zur Berechnung des Grundwertes wird entweder der Prozentwert durch den Prozentsatz dividiert.</li> <li>- Oder es wird mit einem Dreisatz auf einen günstigen Prozentsatz „hinunter-“ und anschließend auf 100% „hinaufgerechnet“.</li> </ul>	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="border-right: 1px solid black;">Prozentsatz</th> <th>Betrag</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">30%</td> <td>270€</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">: 3</td> <td>: 3</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">10%</td> <td>90€</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">· 10</td> <td>· 10</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">100%</td> <td>900€</td> </tr> </tbody> </table>	Prozentsatz	Betrag	30%	270€	: 3	: 3	10%	90€	· 10	· 10	100%	900€		
Prozentsatz	Betrag														
30%	270€														
: 3	: 3														
10%	90€														
· 10	· 10														
100%	900€														
<b>Thema</b>	<b>Beispiel</b>														
<p><b>Der Grundwert als Bezugsbegriff</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Entscheidend für den korrekten Umgang mit Prozentangaben ist es, den richtigen Bezugswert (den Grundwert) zu erkennen.</li> </ul>	<p style="text-align: center;">50 ist um 25% größer als 40 (Grundwert). aber: 40 ist um 20% kleiner als 50 (Grundwert).</p>														
<p><b>Darstellung des Zusammenhangs zwischen Größen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Der Zusammenhang zwischen zwei Größen kann in einem Diagramm übersichtlich dargestellt werden. Dazu wird an jeder Koordinatenachse eine Größe angetragen. Jeder Punkt beschreibt mit seinen Koordinaten einen Wert der einen Größe und den dazu gehörigen Wert der anderen Größe.</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Bsp: Birnen kosten 1€ je 100g</b></p>  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <caption>Data points for the pear price graph</caption> <thead> <tr> <th>Gewicht in g</th> <th>Preis in ct</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>50</td><td>50</td></tr> <tr><td>100</td><td>100</td></tr> <tr><td>150</td><td>150</td></tr> <tr><td>200</td><td>200</td></tr> <tr><td>250</td><td>250</td></tr> </tbody> </table>	Gewicht in g	Preis in ct	0	0	50	50	100	100	150	150	200	200	250	250
Gewicht in g	Preis in ct														
0	0														
50	50														
100	100														
150	150														
200	200														
250	250														

## RELATIVE HÄUFIGKEIT

### Erkennungsmerkmale eines Zufallsexperiments

- Die möglichen Ergebnisse bei der Durchführung des Experimentes sind vorher bekannt.
- Welches Ergebnis bei der Durchführung des Experimentes auftreten wird, ist nicht vorhersagbar.



### Zufall oder nicht?

### Absolute Häufigkeit

Die absolute Häufigkeit eines Ergebnisses beschreibt, wie oft es bei mehrfacher Ausführung des Zufallsexperimentes eintritt.

Bei einer Umfrage „Mögen Sie Fußball?“ antworten 27 von 90 Personen mit „Nein“.

Absolute Häufigkeit von „Nein“: 27

### Relative Häufigkeit

- Die relative Häufigkeit gibt den Bruchteil eines ganz bestimmten Ergebnisses geteilt durch die Gesamtzahl der Durchführungen des Zufallsexperimentes an.

Relative Häufigkeit von „Nein“:

$$\frac{27}{90} = \frac{3}{10} = 0,3 = 30 \%$$

- Relative Häufigkeit =  $\frac{\text{Absolute Häufigkeit}}{\text{Gesamtzahl}}$

### Empirisches Gesetz der großen Zahlen

- Je öfters man ein Zufallsexperiment durchführt, desto mehr stabilisiert sich die relative Häufigkeit eines einzelnen Ergebnisses.
- Diese Bruchzahl ist ein guter Näherungswert für die tatsächliche Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses